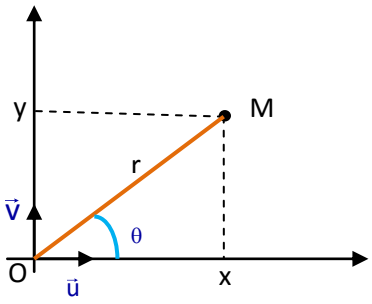
On a $\cos\theta = \frac{x}{r}$ et $\sin\theta = \frac{y}{r}$

et $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.



Propriétés

Soit z un nombre complexe non nul et soit θ un argument de z. On a :

- $\arg(-z) = \pi + \arg(z) + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$.
- $\arg(\bar{z}) = -\arg(z) + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$.
- $\arg(\lambda.z) = \arg(z) + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$, si λ est positif

et $\arg(\lambda.z) = \pi + \arg(z) + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$, si λ est négatif.

- $\arg(z.z') = \arg(z) + \arg(z') + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$.
- $\arg(\frac{1}{z}) = -\arg(z) + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$.
- $\arg(\frac{z}{z'}) = \arg(z) - \arg(z') + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$.
- $\arg(z^n) = n.\arg(z) + 2k\pi ; n \in \mathbb{N}$ et $k \in \mathbb{Z}$.

Formule d'Abraham De Moivre

- Si $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ alors pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a :

$$z^n = r^n\left(\cos(n\theta) + i\sin(n\theta)\right).$$

C'est la formule de Moivre.

- $(\vec{u}, \overrightarrow{AB}) = \arg(z_B - z_A) + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$.
- $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$.

Abraham de Moivre

Abraham de Moivre en 1736

Naissance 26 mai 1667
Vitry-le-François (France)

Décès 27 novembre 1754 (à 87 ans)
Londres (Angleterre)

Domicile Angleterre

Nationalité Français

Champs Mathématiques

Institutions *Royal Society*

Diplôme Académie de Saumur

Renommé pour Formule de Stirling
Théorème de Moivre-Laplace
Formule de Moivre

Ecriture exponentielle d'un nombre complexe

Pour tout réel θ, on note $e^{i\theta}$ le nombre complexe $\cos\theta + i\sin\theta$.

Il en découle que :

- $e^{i0} = 1$
- $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$
- $e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$
- $e^{i\pi} = -1$.
- Pour tout réel θ et tout entier k on a $e^{i(\theta + 2k\pi)} = e^{i\theta}$.
- $|e^{i\theta}| = 1$
- $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$
- $-e^{i\theta} = e^{i(\theta+\pi)}$.

Remarquons aussi que $ie^{i\theta} = e^{i(\theta+\frac{\pi}{2})}$ et $-ie^{i\theta} = e^{i(\theta-\frac{\pi}{2})}$.

Tunischool.tn